

Guía de Ejercicios

Conjuntos

I.- Ejercitación Básica y General

1.- Si de un conjunto se pueden obtener 16 subconjuntos, entonces por cuántos elementos está formado el conjunto

2.- Dados los conjuntos : $A = \{ 1,2 \}$ $B = \{ 2,3,4 \}$ y $C = \{ 2 \}$. ¿Cuántos subconjuntos tiene $(A \cap B \cap C)$

3.- Sean los conjuntos :

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$; $B = \{ 1, 2 \}$

$C = \{ 1, 5 \}$; $D = \{ 1, 4 \}$; $E = \{ 1 \}$

¿Cuál de todos ellos es subconjunto de todos los demás ?

4.- Sea el conjunto, $A = \{x / x \in \mathbb{N}, x < 5\}$, ¿Cuántos subconjuntos podemos construir a partir de A ?

5.- Dado el conjunto $A = \{ t, a, d \}$, represente al conjunto potencia de A ?

6.- Dados los conjuntos:

$$H = \{ x \in \mathbb{Z} / x - 2 = 0 \}$$

$$I = \{ x \in \mathbb{Z} / 2x - 6 = 0 \}$$

$$J = \{ x \in \mathbb{Z} / 2 \leq x \leq 3 \}$$

Entonces es verdadero que:

I La cardinalidad de H e I es la misma

II $H \cup I = J$

III $H \cap I = J$

7.- Si el conjunto A tiene 5 elementos, el conjunto B tiene 3 elementos, y además se sabe que $(A \cap B)$ tiene 2 elementos entonces, ¿cuál es la cardinalidad de $(A \cup B)$?

8.- Dado que el conjunto A está definido como :

$A = \{ (a, b) / a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N} \text{ y } a + b = 12 \}$ Entonces, ¿Cuál es la cardinalidad del conjunto A ?

9.- Si x toma el valor -1 ó 1, ¿cuál de las siguientes alternativas representa pares de conjuntos iguales ?

- I $A = \left\{ \frac{x}{x^2} \in 1 \right\}$; $A' = \{1, -1\}$
 II $B = \{1, -1\}$; $B' = \{2x^2 - 1 = 1\}$
 III $C = \{0, -1\}$; $C' = \left\{ \frac{x}{(1-x)^2} = 0 \right\}$

11.- Determine cuál(es) de las siguientes proposiciones es(son) falsas :

- I $\phi' = U$
 II $A \cap A' = U$
 III $A \cup A' = U$

12.- Si $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{3, 5\}$.Determine el conjunto $B - A$.

13.- Si $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, e\}$ y $C = \{a, e\}$, entonces ¿Cuál es el conjunto $(A \cap B) - C$?

14.- Si el conjunto A está dado por: $A = \{p \in \mathbb{IN} / p \text{ es número primo y } 1 < p < 10\}$ si $U = \mathbb{IN}$, entonces, $A' = ?$

15.- Sean los conjuntos :

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / x = 3n - 1, y n \in \mathbb{N}, n < 14\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / x = (5n/2), y n \in \mathbb{N}, n \leq 13\}$$

Entonces $A - B = ?$

16.- Si M y N son dos conjuntos con tres elementos cada uno. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s) ?

- I $M = N$
 II $M \cup N$ tiene 6 elementos
 III $M - N = \phi$

17.- Si $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, e\}$ y $C = \{a, e\}$, entonces ¿Cuál es el conjunto $(A \cap B) - C$?

18.- Dados los conjuntos: $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{2, 4, 5\}$; $C = \{3, 5, 7\}$
 Señale que operación deberá efectuarse para que el resultado sea el conjunto $\{3, 5\}$

19.- ¿Cuál es la intersección del Conjunto $H = \{0, 1, 2\}$ y el Conjunto vacío ?

20.- Dados los conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} / x + 1 = 3\}$

Entonces ellos verifican que:

- a) $A \cap B = 2$
- b) $A \cap B = \{1, 2\}$
- c) $A \cup B = \{1, 2, 3\}$
- d) $A \cap B = \{2\}$

21.- Sean los conjuntos: $P = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 12\}$ y

$Q = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 24\}$ ¿Cuál de las siguientes alternativas es incorrecta ?

- a) $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
- b) $P \cap Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- c) $P \subseteq Q$
- d) $P - Q = \{8, 24\}$
- e) $(Q - P) \cup (P - Q) = \{8, 24\}$

22.-Dados los conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 2\}$ y $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 3\}$ entonces, se puede afirmar que :

- a) $A \cup B = \{\text{múltiplos de } 5\}$
- b) $A \cap B = \{\text{múltiplos de } 5\}$
- c) $A \cup B = \{\text{múltiplos de } 6\}$
- d) $A \cap B = \{6, 12, 18, 24\}$
- e) $A - B = \{-1\}$

23.- Dados los conjuntos $A = \{2,4,6,7,8\}$ $B = \{x \in \mathbb{IN} / x \text{ es par y } x < 10\}$ ¿Cuál de las siguientes alternativas es la correcta ?

- a) $A = B$
- b) $A \subseteq B$
- c) $B \subseteq A$
- d) $A \cup B = \{2,4,6,8,10\}$
- e) $A \cap B = \{7\}$

24.- Si $A \cup B = U$, entonces, es siempre verdadero que :

- a) $B = A'$
- b) $B = A - B$
- c) $A \cap B = \phi$
- d) $(A \cup B)' = \phi$
- e) N.A.

25) Las proposiciones siguientes son verdaderas $x \in A$, $x \notin B$, $y \in A$, $y \in B$, $y \notin C$, $z \notin A$, $z \notin B$, $z \in C$. Determinar el valor de verdad de:

- a) $y \notin B \quad \vee \quad z \in A$
- b) $x \notin C \quad \vee \quad y \in B$
- c) $x \in A \quad \Leftrightarrow \quad y \in C$
- d) $(x \in A \Rightarrow z \in C) \Rightarrow (y \notin A \Rightarrow z \in B)$
- e) $(z \in A \Rightarrow x \in B) \Rightarrow y \in B$

26) Mostrar que los siguientes conjuntos son vacíos:

- a) $(A \cup B)' \cap (C \cup B)'$
- b) $A \cap [B' \cup (C \cap A)']$

27) Demostrar que:

- a) $(A - C) \cup (B - C) = (A \cup B) - C$
- b) $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$
- c) $(A - C) - (B - C) = (A - B) - C$
- d) $(A - B) \cap B = \phi$, ... ilustrar las igualdades anteriores con diagramas de Venn.

28) Demostrar que:

- a) $\forall A \subseteq (A \cup X) = (A \cup Y) \wedge (A \cap X) = (A \cap Y)$ entonces $X = Y$
- b) $T - (T - S) = S \Leftrightarrow S \subseteq T$
- c) $B = (A \cap B') \cup (A' \cap B) \Leftrightarrow A = \phi$
- d) $(A \subset C) \wedge (B \cap C) \Rightarrow (A \cup B) \subset C$

- 29) a) ¿Cuántos subconjuntos tiene el conjunto: $A = \{1, \phi, \{\phi\}\}$?
- b) ¿Existe algún conjunto que tenga 9 subconjuntos?

30) Determinar la cardinalidad de los conjuntos $A, B, C \subseteq U$ considerando que
 $\#(U) = 30$; $\#(A \cup B \cup C)' = 5$; $\#(A \cup B) = 23$; $\#(A - C) = 12$. $\#(A \cap C) = 4$;
 $\#(B \cap C) = 8$; $\#(A \cap B \cap C) = 3$; $\#(A \cap B) = 11$

31) En un universo de N elementos se tienen dos conjuntos A y B , tales que:

- $\#(A \cap B) = (2/5) N$,
- $\# B = 50\%$ de N ,
- $\#(B' \cap A') = 15\%$ de N
- a) Determinar $\# A$
- b) Si $N=80$ Determinar $\# [(A-B) \cup (B-A)]$

II.- Problemas de Aplicación

32) En un curso compuesto por 22 alumnos; 12 estudian Alemán ; 11 estudian inglés y 11 francés, 6 estudian alemán e inglés; 7 estudian Inglés y Francés ; 5 estudian alemán y francés y 2 estudian los tres idiomas. ¿Cuántos alumnos estudian sólo inglés?

33) En una encuesta sobre preferencias de los canales de T.V., 7, 9 y 13 se obtuvo la siguiente información :

- 55 Encuestados ven el canal 7
- 15 Sólo ven el canal 7 y el canal 9
- 33 Ven el canal 7 y el canal 13
- 3 Sólo ven el canal 13
- 25 Ven los tres canales
- 46 Ven el canal 9
- 6 No ven T.V.
- 2 Sólo ven el canal 13 y el canal 9

Señale:

- a) La cantidad de personas encuestadas
- b) La cantidad de personas que ven sólo el Canal 9

34) En un total de 250 personas encuestadas sobre su desayuno se obtuvieron las siguientes respuestas, 30 personas tomaban té con leche, 40 personas tomaban café con leche, 80 personas tomaban leche, 130 personas tomaban té o leche y 150 tomaban café o leche

- a) ¿Cuántas personas tomaban té puro?
- b) ¿Cuántas personas tomaban leche pura?
- c) ¿Cuántas personas tomaban café puro?
- d) ¿Cuántas personas no tomaba ninguna de estas tres cosas al desayuno?

35) Un hotel recibe 60 visitantes, de los cuales 37 permanecen a lo menos 1 semana, 43 gastan a lo menos \$ 30.000 diarios, 32 están completamente satisfechos del servicio ; 30 permanecieron a lo menos una semana y gastaron a lo menos \$ 30.000 diarios , 26 permanecieron a lo menos una semana y quedaron completamente satisfechos, 27 gastaron a lo menos \$ 30.000 diarios y quedaron completamente satisfechos y 24 permanecieron a lo menos una semana , gastaron a lo menos \$ 30,000 diarios y quedaron completamente satisfechos.

- a) ¿Cuántos visitantes permanecieron a lo menos una semana, gastaron a lo menos \$ 30.000 diarios pero no quedaron completamente satisfechos?
- b) ¿Cuántos visitantes quedaron completamente satisfechos , pero permanecieron menos de una semana y gastaron menos de \$ 30.000 diarios?

c) ¿Cuántos visitantes permanecieron menos de una semana y gastaron menos de \$ 30.000 diarios y no quedaron completamente satisfechos.?

36) Al investigar un grupo de 480 estudiantes sobre sus intereses de estudios superiores se obtuvo la siguiente información :

Todos los que querían estudiar Ingeniería Civil , también querían estudiar Ingeniería de Ejecución

Ninguno quería estudiar Ingeniería Civil y Educación Parvularia

10 alumnos preferían estudiar otras carreras

60 querían estudiar Educación Parvularia e Ingeniería de Ejecución

440 quieren estudiar Ingeniería de Ejecución

180 quieren estudiar Ingeniería Civil

a) ¿Cuántos alumnos desean estudiar solamente Educación de Párvulos?

b) ¿Qué porcentaje se interesa por estudiar 2 de las carreras mencionadas?

37) Se encuesta a 100 personas obteniéndose la siguiente información:

-Todo encuestado que es propietario de automóvil también lo es de casa.

- 54 encuestados son hombres.

- 30 de los encuestados que son hombres no son propietarios de automóviles.

- 30 de los encuestados que son mujeres son propietarios de casa.

- 5 de los encuestados que son mujeres son solamente propietarios de casa.

- 15 encuestados que son propietarios de casa no lo son de automóviles.

a) Hacer un diagrama adecuado a la situación e indicar la cardinalidad correspondiente a cada región.

b) ¿Cuántos encuestados que son hombres son solamente propietarios de casa?

c) ¿Cuántas mujeres no son propietarios de casa?

38) Una tienda de artículos electrónicos vende en un día 44 equipos de música, todos los que tienen Compac disk (C.D.) tienen Tocacassette (T.C.). Algunos tienen control remoto (C.R) y otros ninguna de las tecnologías nombradas. Si se vendieron:

- 16 equipos con (C.R) pero sin (C.D)

- 12 equipos con (TC) pero sin (CD) ni (CR)

- 24 equipos sin (C.R)

- 9 equipos con (C.R) y (T.C)

- 16 equipos con (T.C) pero sin (C.R)

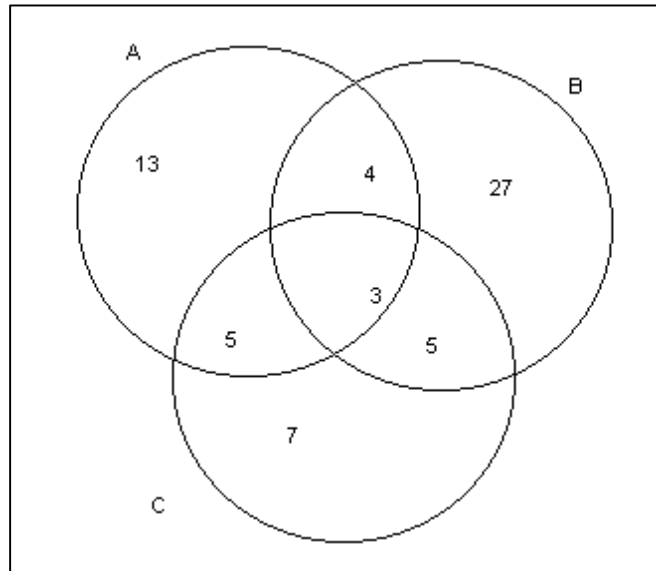
Preguntas:

a) ¿Cuántos equipos que tenían alguna de éstas tecnologías se vendieron?

b) ¿Cuantos equipos se vendieron con (CD) y (CR)?

c) ¿Cuántos equipos con (CR) pero sin (TC) se vendieron?

39) El diagrama representa un grupo de estudiantes que fueron encuestados y a los cuales se les pidió su opinión respecto de los temas A, B y C.



Al respecto se desea saber:

- ¿Número de estudiantes de la muestra?
- ¿Número de estudiantes que opinaron del tema B o C?
- ¿Cuántos no opinaron?
- ¿Cuántos estudiantes que habían opinado sobre el tema B opinaron sobre los temas A o C?
- ¿Número de estudiantes que opinaron de los temas A y B?
- ¿Cuántos dieron su opinión sólo referente al tema A?
- ¿Cuántos manifestaron su opinión sobre los tres temas?
- ¿Cuántos opinaron sobre el tema C pero no sobre el tema B?

40) Se tienen 3 conjuntos A, B y C, que cumplen las siguientes condiciones

- $\#(A \cap B) = 3$
- $\#(A \cap C) = 3$
- $\#(B \cap C) = 4$
- $\#A = 8$
- $\#B = 12$
- $\#C = 10$
- $\#(A \cap B \cap C) = 1$

Determinar la cardinalidad de $A \cup B \cup C$; $A \cup B$; $B \cup C$

III.- Algebra de Conjuntos

En los siguientes ejercicios , use propiedades para demostrar cada una de las afirmaciones que se entregan a continuación.

$$41) \quad [(A - B) \cup (A \cap B)]^c = A^c$$

$$42) \quad \left[A \cap (B^c \cup C)^c \right]^c \cup [(A \cap B^c) \cup (A \cap C)] \cup (A \cap C^c) = U$$

$$43) \quad C \cup [[A - (B \cap C)] - [(B \cap C) - A]] = A \cup C$$

$$44) \quad \text{Si } B \cdot A = \phi \text{ entonces } [(A - C)^c - (B \cup C)^c] \cap [A \cup (C - B)] = C$$

$$45) \quad (A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) - (A \cup C)$$