# POLINOMIOS

**I.-**

1.- Divida, determinando cuociente, resto y escriba el resultado de cada problema en la forma: $P(x) = Q(x) \cdot D(x) + R(x)$

**a)** $(9a^3 - 18a^2b + 8ab^2 + 12ab - 16b^2) : (3a - 4b)$

**b)** $(x^6 + 6x^3 - 2x^5 - 7x^2 - 4x + 6) : (x^4 - 3x^2 + 2)$

**c)** $(2a^3 - \frac{19}{6}a^2 + \frac{49}{4}a - 1) : (6a - \frac{1}{2})$

**d)** $(x^3 - x^2 + x + 3) : (x^2 - 2x + 3)$

**e)** $(x^3 - 2x^2 - 7x - 4) : (x^2 + 2x + 1)$

**f)** $(25x^4 - 20x^3 + 4x^2 - 4) : (5x^2 - 2x + 2)$

**g)** $(3x^5 - x^4 - 8x^3 - x^2 - 3x + 12) : (3x^3 - x^2 + x - 4)$

2.- Utilizando la división sintética determine cuociente, resto y escriba el resultado de cada problema en la forma: $P(x) = Q(x) \cdot D(x) + R(x)$

a) $(x^3 - 2x^2 + 5x + 30) : (x + 2)$

b) $(2x^3 - x^2 + x - 4) : (x - 1)$

c) $(2x^4 + x^3 + 4x^2 + 7x + 4) : (x + \frac{1}{2})$

d) $(2x^4 + x^3 + x^2 + 10x - 8) : (x - \frac{1}{2})$

e) $(x^4 + 3x^2 - 340) : (x - 4)$

f) $(3x^3 + 5x^2 + 2x - 10) : (x - 1)$

3.- Utilizando la división Euclidiana o la División Sintética, según corresponda, demuestre que el segundo polinomio es un factor del primero, y determine el otro factor.

a) $x^4 + x^3 - x - 1$ ; $x^2 - 1$

b) $x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 3x^2 + 6x + 2$ ; $x + \frac{1}{2}$

c) $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ ; $x^2 - x - 2$

d) $x^5 + x^4 - 16x - 16$ ; $x - 2$

e) $x^5 + 32$ ; $x + 2$

f) $x^5 + x^4 - 16x - 16$ ; $x^2 + 4$

4.-

a) Encuentre el valor de $k$ tal que el segundo polinomio sea un factor del primero:

i) $x^3 + x^2 - 10x + k$ ; $x - 4$

ii) $x^4 + kx + 10$ ; $x + 2$

iii) $k^2x^3 - 4kx + 4$ ; $x - 1$

b) Determine los valores de $h$ y $k$ tales que ambos, $x - 3$ y $x + 2$ sean factores de $x^4 - x^3 + hx^2 + kx - 6$.

c) Determine los valores de $a$ , $b$ y $c$ tales que $(x-1)^3$ sea un factor de:

$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 4$.

d) Demuestre que el polinomio $(2a - b)\cdot x^2 + 4a^2 \cdot (b - x) + b^2 \cdot (x - 2a)$ es divisible por $(x - 2a)$ y $(x - b)$.

e) Encuentre los valores de $a$ tal que:

i) $x^3 + ax^2 - 10x + a^2$ , sea divisible por $(x - 2)$.

ii) $2x^4 - 3x^3 + ax^2 - 9x + 9$ , sea divisible por $(x - 3)$.

5.- Determine un polinomio de grado 3 de la forma: $P(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tal que:

al dividirlo por $(x-2)$ , se obtiene resto 3
al dividirlo por $(x-1)$ , se obtiene resto 2
al dividirlo por $(x+1)$ , se obtiene resto 4.

6.- Encuentre un polinomio que tenga por raíces 2 , 3 y que deje resto 4 al ser dividido por $(x-4)$.

7.- Determine las raíces reales de los siguientes polinomios:

a) $P(x)=3x^4+2x^3+2x^2-1$.

b) $P(x)=x^3+3x^2-4x-12$.

c) $P(x)=x^3-3x^2-x+3$.

d) $P(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{6}$.

e) $P(x)=x^4-3x^3-20x^2-24x-8$.

f) $P(x)=x^4+3x^3+3x^2-3x-4$.

g) $P(x)=2x^3+3x^2-4x+1$.

h) $P(x)=x^3+11x-6x^2-6$.

i) $P(x)=x^4-3x^3-23x^2+75x-50$.

8.- Factorice los siguientes polinomios en polinomios primos irreductibles (en R):

a) $3x^3-2x^2-3x+2$.

b) $2x^3+x^2+x-1$.

c) $x^4+1+x^2$.

d) $-3x^3+4x^2-14x-12$.

e) $2x^2-4x+24$.

f) $x^4-13x^2+36$.

g) $3x^4+2x^3+11x^2+2x+8$.

h) $5x^4-x^3+7x^2-x+2$.

i) $2x^4+13x^2+6$.

j) $2x^3+3x+1$.

k) $x^4-x^3+2x^2-2x$.

9.- Factorice $P(x)$ en factores lineales, siendo que $\boldsymbol{c}$ es una raíz ( o cero ) de $P(x)$.

a) $P(x)=x^3-3x^2-28x+60 \quad ; \quad c=2$.

b) $P(x)=x^3-2x^2-29x-42 \quad ; \quad c=-2$.

c) $P(x)=x^4+8x^2-3x^3-24x \quad ; \quad c=3$.

d) $P(x)=x^3+11x^2-5x-55 \quad ; \quad c=-11$.

10.- Dados los polinomios:

$$p(x)=x^6+Ax^3+B^2x+C$$
$$q(x)=x^3-2x$$

Calcule los valores de las constantes $A, B\ y\ C$ para que el resto de la división entre $p(x)$ y $q(x)$ sea igual a : $-2Ax^2-3x+1$.

11.-

a) Determine los valores de A y B para que el polinomio:

$P(x)=x^5-x^4+2x^3-Ax+B$ Sea divisible por

$Q(x)=x^2-4x+5$

b) El polinomio $(x^2-2x-1)$ es un factor del polinomio $P(x)=x^5-4x^4+7x^3-14x^2+12x+8$. Obtenga los factores irreductibles de P(x).

12.- Sabiendo que $x=-2$ es una raíz del polinomio $p(x)=2x^4-x^3-3x^2+10x-8$ , escriba el polinomio $p(x)$ como producto de polinomios irreductibles en $\Re[x]$.

13.-

a) Dados los polinomios $p(x)=x^4-x^3-A^2x$ y $q(x)=x^3-4x+C$ , determine el o los valores de $A$ y $C$ para que en la división $\dfrac{p(x)}{q(x)}$ el resto sea $4x^2+7x-20$.

b) Si se sabe que –5 es una raíz de polinomio $p(x)=x^4+\dfrac{11}{2}x^3-\dfrac{23}{2}x+5$

i) Escriba el polinomio $p(x)$ como producto de polinomios irreductibles en $\Re[x]$.

ii) Determine todas las raíces reales de $p(x)$ .

## II.- Expresiones Racionales Propias e Impropias

1.- Escriba cada expresión racional como la suma de un polinomio y una expresión racional propia:

a) $\dfrac{x^3+2x^2+5}{x^2}$ b) $\dfrac{2x^3-4x^2-3}{x^2+1}$ c) $\dfrac{x^3-4x+5}{x^2+x-2}$

d) $\dfrac{5x^3-6x+11}{x^2+2}$ e) $\dfrac{2x^3+x-8}{x^2-x+4}$ f) $\dfrac{2x^2+x+3}{x^2-9}$.

2.- Descomponga en fracciones parciales las siguientes expresiones racionales:

a) $\dfrac{5x+2}{(x+2)\cdot(3x-2)}$.

b) $\dfrac{2}{(x-1)\cdot(x^2+x-4)}$.

c) $\dfrac{x^3+x^2+x-1}{(x^2-1)^2}$.

d) $\dfrac{2x^2+x+3}{x^2-9}$.

e) $\dfrac{2x^3+3x+1}{x^4-x^3+2x^2-2x}$.

f) $\dfrac{5x^2-8x+5}{(x-2)\cdot(x^2-x+1)}$.

g) $\dfrac{x^3-4x^2+9x-5}{(x^2-2x+3)\cdot(x+4)}$.

h) $\dfrac{x^2-12x+18}{x^3-6x^2+9x}$.

i) $\dfrac{5x^2-36x+48}{x\cdot(x^2-4)}$.

j) $\dfrac{x^2+x-1}{x^3+2x^2-1}$.

k) $\dfrac{x^3-7x^2+17x-17}{x^2-5x+6}$.

l) $\dfrac{5x^2-18x+1}{x^3-x^2-8x+12}$.

m) $\dfrac{2x^2+9x-11}{x^3-x^2+x+3}$

3.- Dados los polinomios: $h(x)=x^3-4x^2+9x-5$ y $q(x)=x^3+2x^2-5x+12$ y sabiendo además que $x=-4$ es una raíz del polinomio $q(x)$, descomponga $\dfrac{h(x)}{q(x)}$ en suma de fracciones parciales.

4.- Dados los polinomios: $h(x)=2x^2+x+3$ y $q(x)=x^2-9$ , descomponga $\dfrac{h(x)}{q(x)}$ en suma de fracciones parciales.

## RESULTADOS EJERCICIOS IMPARES

I.-

**Cuociente** **:** $D(x)$ .
**Resto** : $R(x)$ .
$P(x) = Q(x) \cdot D(x) + R(x)$ .

a) $D(x) = 3a^2 - 3ab - \frac{1}{3}b^2 + 4b$ , $R(x) = -4b^2 - b^3$ .

$P(x) = (3a - 3b) \cdot (3a^2 - 3ab - \frac{1}{3}b^2 + 4b) + (-4b^2 - b^3)$ .

b) $D(x) = x^2 - 2x + 3$ , $R(x) = -6x^3$ .

$P(x) = (x^4 - 3x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3) + (-6x^3)$ .

c) $D(x) = (\frac{1}{3}a^2 - \frac{a}{2} + 2)$ , $R(x) = 0$ .

$P(x) = (2a^3 - \frac{19}{4}a^2 + \frac{49}{4}a - 1) \cdot (\frac{1}{3}a^2 - \frac{a}{2} + 2) + 0$ .

d) $D(x) = x + 1$ , $R(x) = 0$ .

$P(x) = (x^2 - 2x + 3) \cdot (x + 1) + 0$ .

e) $D(x) = (x - 4)$ , $R(x) = 0$ .

$P(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot (x - 4) + 0$ .

f) $D(x) = 5x^2 - 2x - 2$ , $R(x) = 0$ .

$P(x) = (5x^2 - 2x + 2) \cdot (5x^2 - 2x2) + 0$ .

g) $D(x) = x^2 - 3$ , $R(x) = 0$ .

$$P(x) = (3x^3 - x^2 + x - 4) \cdot (x^2 - 3) + 0 .$$

3.-

a) $(x^2 + x + 1)$ . b) $(x^3 - 2x^2 + 4x + 4)$ . c) $(x^2 + 4)$ .

d) $(x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 12x + 8)$ . e) $(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$ .

f) $(x^3 + x^2 - 4x - 4)$ .

5.- $P(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 - 2x + \frac{13}{3}$ .

7.- a) $\left\{-1, \frac{1}{3}\right\}$ . b) $\{-3, -2, 2\}$ . c) $\{3, 1, -1\}$ . d) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$ .

e) $\{-1, -2, 3+\sqrt{13}, 3-\sqrt{13}\}$ . f) $\{1, -1\}$ . g) $\left\{\frac{1}{2}, -1+\sqrt{2}, -1-\sqrt{2}\right\}$ .

h) $\{1, 2, 3\}$ . i) $\{1, 2, 5, -5\}$ .

9.- a) $P(x) = (x-2) \cdot (x-6) \cdot (x+5)$ . b) $P(x) = (x+3) \cdot (x+2) \cdot (x-7)$ .

c) $P(x) = x \cdot (x+3) \cdot (x^2 + 8)$ . d) $P(x) = (x+1) \cdot (x - \sqrt{5}) \cdot (x + \sqrt{5})$ .

11.- a) $A = 39$ ; $B = 109$ . b) $P(x) = \left(x - \left(1+\sqrt{2}\right)\right) \cdot \left(x - \left(1-\sqrt{2}\right)\right) \cdot \left(x-2\right) \cdot \left(x+2\right)$ .

13.- a) $A = 3$ , $A = -3$ , $C = -20$ .

b) i) $p(x) = (x+5) \cdot (x-1) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (x+2)$ . ii) $\left\{-5, 1, \frac{1}{2}, -2\right\}$ .

II.- 1.-

a) $P(x)=\dfrac{x^3+2x^2+5}{x^2}=x+2+\dfrac{5}{x^2}$ .

b) $P(x)=\dfrac{2x^3-4x^2-3}{x^2+1}=x-4+\dfrac{1-x}{x^2+1}$ .

c) $P(x)=\dfrac{x^3-4x+5}{x^2+x-2}=x-1+\dfrac{-x+3}{x^2+x-2}$ .

d) $P(x)=\dfrac{5x^3-6x+11}{x^2+2}=5x+\dfrac{11-16x}{x^2+2}$ .

e) $P(x)=\dfrac{2x^3+x-8}{x^2-x+4}=2x+2+\dfrac{-5x-16}{x^2-x+4}$ .

f) $P(x)=\dfrac{2x^2+x+3}{x^2-9}=2+\dfrac{4}{x-3}-\dfrac{3}{x+3}$ .

3.- $\dfrac{p(x)}{q(x)}=1-\dfrac{\frac{169}{27}}{x+4}+\dfrac{\frac{7}{27}x+\frac{4}{9}}{x^2-2x+3}$