

EJERCICIOS DE PROGRESIONES

1) Hallar el término general de las siguientes sucesiones:

a) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

El numerador es constante.

El denominador es una progresión aritmética de $d = 1$.

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}$$

b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

El numerador es una progresión aritmética con una $d = 1$.

El denominador es una progresión aritmética con una $d = 1$.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots, \frac{n}{n+1}$$

c) $-3, -1, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \dots$

En esta sucesión se han simplificado algunas fracciones.

$$\frac{-3}{1}, \frac{-2}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{0}{4}, \frac{1}{5}, \dots$$

El numerador es una progresión aritmética con una $d = 1$.

El denominador es una progresión aritmética de $d = 1$.

$$-3, -1, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \dots, \frac{n-4}{n}$$

d) $-1, 2, -3, 4, -5, \dots$

Si prescindimos del signo es una progresión aritmética con una $d = 1$.

Por ser los términos impares los negativos multiplicamos por $(-1)^n$.

$$-1, 2, -3, 4, -5, \dots, (-1)^n n$$

$$e) \quad 3, -2, \frac{5}{3}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \dots$$

$$\frac{3}{1}, -\frac{4}{2}, \frac{5}{3}, -\frac{6}{4}, \frac{7}{5}, \dots$$

Si prescindimos del signo, el numerador es una progresión aritmética con una $d=1$.

El denominador es una progresión aritmética de $d=1$.

Por ser los términos pares los negativos multiplicamos por $(-1)^{n+1}$.

$$3, -2, \frac{5}{3}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \dots, (-1)^{n-1} \frac{n+2}{n}$$

$$f) \quad -4, 9, -16, 25, -36, \dots$$

$$-2^2, 3^2, -4^2, 5^2, -6^2, \dots$$

Si prescindimos del signo y del exponente tenemos una progresión aritmética con una $d=1$.

Por estar los términos al cuadrado, tenemos que elevar el término general al cuadrado.

Por ser los términos impares los negativos multiplicamos por $(-1)^n$.

$$-4, 9, -16, 25, -36, \dots, (-1)^n (n+1)^2$$

2) El cuarto término de una progresión aritmética es 10, y el sexto es 16. Escribir la progresión.

$$a_4 = 10; \quad a_6 = 16$$

$$a_n = a_k + (n - k) \cdot d$$

$$16 = 10 + (6 - 4) d; \quad d = 3$$

$$a_1 = a_4 - 3d;$$

$$a_1 = 10 - 9 = 1$$

1, 4, 7, 10, 13, ...

3) El primer término de una progresión aritmética es -1, y el décimoquinto es 27. Hallar la diferencia y la suma de los quince primeros términos.

$$a_1 = -1; \quad a_{15} = 27;$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$27 = -1 + (15-1) d; \quad 28 = 14d; \quad d = 2$$

$$S = (-1 + 27) 15/2 = \mathbf{195}$$

4) Hallar la suma de los quince primeros múltiplos de 5.

$$a_1 = 5; \quad d = 5; \quad n = 15.$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$a_{15} = 5 + 14 \cdot 5 = 75$$

$$S_{15} = (5 + 75) \cdot 15/2 = \mathbf{600}.$$

5) Hallar la suma de los quince primeros números acabados en 5.

$$a_1 = 5; \quad d = 10; \quad n = 15.$$

$$a_{15} = 5 + 14 \cdot 10 = 145$$

6) Hallar la suma de los quince primeros números pares mayores que 5.

$$a_1 = 6; \quad d = 2; \quad n = 15.$$

$$a_{15} = 6 + 14 \cdot 2 = 34$$

$$S_{15} = (6 + 34) \cdot 15/2 = 300$$

$$S_{15} = (5 + 145) \cdot 15/2 = 1125$$

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Juan ha comprado 20 libros, por el 1º ha pagado 1 €, por el 2º 2 €, por el 3º 4 €, por el 4º 8 € y así sucesivamente. Cuánto ha pagado por los libros.

$$a_1 = 1 \quad r = 2; \quad n = 20; \quad S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

$$S = (1 \cdot 2^{20-1} - 1) / (2 - 1) = 1048575 \text{ €} .$$