INTEGRALES

1 Resuelve las siguientes integrales utilizando el método de integración por partes.

a) $\int \text{arc tg} x \, dx$ $\Rightarrow$ $\int \text{arc tg} x \, dx = x \cdot \text{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$

b) $\int x^2 e^{3x} \, dx$ $\Rightarrow$ $\int x^2 e^{3x} \, dx = \left(\frac{x^2}{3} - \frac{2x}{9} + \frac{2}{27}\right) e^{3x} + C$

c) $\int \frac{x}{e^x} \, dx$ $\Rightarrow$ $\int \frac{x}{e^x} \, dx = \frac{-x-1}{e^x} + C$

d) $\int 3x \cos x \, dx$ $\Rightarrow$ $\int 3x \cos x \, dx = 3x \, \text{sen} x + 3\cos x + C$

2 Resuelve las siguientes integrales racionales.

a) $\int \frac{5x-3}{x^3-x} dx$ $\Rightarrow$ $\int \frac{5x-3}{x^3-x} dx = 3\ln|x| + \ln|x-1| - 4\ln|x+1| + C$

b) $\int \frac{x^2-2x+6}{(x-1)^3} dx$ $\Rightarrow$ $\int \frac{x^2-2x+6}{(x-1)^3} dx = \ln|x-1| - \frac{5}{2(x-1)^2} + C$

c) $\int \frac{x+2}{x^2+1} dx$ $\Rightarrow$ $\int \frac{x+2}{x^2+1} dx = \frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right) + 2 \, \text{arctg} \, x + C$

d) $\int \frac{3x-2}{x^2-4} dx$ $\Rightarrow$ $\int \frac{3x-2}{x^2-4} dx = \ln|x-2| + 2\ln|x+2| + C$

e) $\int \frac{x^2+3x+8}{x^2+9} dx$ $\Rightarrow$ $\int \frac{x^2+3x+8}{x^2+9} dx = x + \frac{3}{2}\ln\left(x^2+9\right) - \frac{1}{3} \text{arctg}\left(\frac{x}{3}\right) + C$

f) $\int \frac{2x+10}{x^2+x+1} dx$ $\Rightarrow$ $\int \frac{2x+10}{x^2+x+1} dx = \ln\left(x^2+x+1\right) + 6\sqrt{3} \, \text{arctg}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + C$

3 Resuelve las siguientes integrales por sustitución.

a) $\int x\sqrt{x+1}\,dx \quad \Rightarrow \quad \int x\sqrt{x+1}\,dx = \dfrac{2\sqrt{(x+1)^5}}{5} - \dfrac{2\sqrt{(x+1)^3}}{3} + C$

b) $\int \dfrac{1}{x\sqrt{x+1}}\,dx \quad \Rightarrow \quad \int \dfrac{1}{x\sqrt{x+1}}\,dx = \ln\left(\sqrt{x+1}-1\right) - \ln\left(\sqrt{x+1}+1\right) + C = \ln\left|\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1}\right| + C$

c) $\int \dfrac{1}{x+\sqrt{x}}\,dx \quad \Rightarrow \quad \int \dfrac{1}{x+\sqrt{x}}\,dx = 2\ln\left(\sqrt{x}+1\right) + C$

d) $\int \dfrac{\sqrt{x}}{1+x}\,dx \quad \Rightarrow \quad \int \dfrac{\sqrt{x}}{1+x}\,dx = 2\sqrt{x} - 2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x} + C$