

Ecuaciones

Igualdad

Una igualdad se compone de dos expresiones unidas por el signo igual.

$$2x + 3 = 5x - 2$$

Una igualdad puede ser:

Falsa:

$$2x + 1 = 2 \cdot (x + 1) \quad 2x + 1 = 2x + 2 \quad 1 \neq 2.$$

Cierta

$$2x + 2 = 2 \cdot (x + 1) \quad 2x + 2 = 2x + 2 \quad 2 = 2$$

Identidad

Una identidad es una igualdad que es cierta para cualquier valor de las letras o variables.

$$2x + 2 = 2 \cdot (x + 1) \quad 2x + 2 = 2x + 2 \quad 2 = 2$$

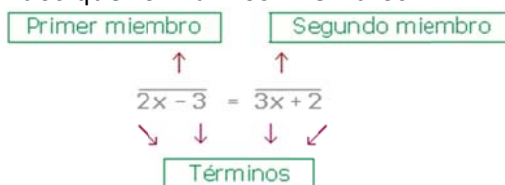
Ecuación

Una ecuación es una igualdad que se cumple para algunos valores de las variables.

$$x + 1 = 2 \quad x = 1$$

Los miembros de una ecuación son cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo igual.

Los términos son los sumandos que forman los miembros.



Las incógnitas son las letras que aparecen en la ecuación.

Las soluciones son los valores que deben tomar las variables (incógnitas) para que la igualdad sea cierta.

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 3x + 2 & x &= -5 \\ 2 \cdot (-5) - 3 &= 3 \cdot (-5) + 2 \\ -10 - 3 &= -15 + 2 & -13 &= -13 \end{aligned}$$

El grado de una ecuación es el mayor de los grados de los monomios que forman sus miembros.

Ec. polinomiales según su grado:

$5x + 3 = 2x + 1$	Ecuación de primer grado.
$5x + 3 = 2x^2 + x$	Ecuación de segundo grado.
$5x^3 + 3 = 2x + x^2$	Ecuación de tercer grado.
$5x^3 + 3 = 2x^4 + 1$	Ecuación de cuarto grado.

Tipos de ecuaciones

Ecuaciones polinómicas enteras:

Las ecuaciones polinómicas son de la forma $P(x) = 0$, donde $P(x)$ es un polinomio.

Grado de una ecuación

El grado de una ecuación es el mayor de los grados de los monomios que forman sus miembros.

Tipos de ecuaciones polinómicas:

El grado de una ecuación polinómica es el mayor exponente al que está elevada la incógnita.

Ecuaciones de primer grado o lineales:

Son del tipo $mx + n = 0$, con $m \neq 0$, ó cualquier otra ecuación en la que al operar, trasponer términos y simplificar adoptan esa expresión.

Ejemplos:

$$2x + 1 = -2$$

$$2x + 3 = 0$$

$$(x + 1)^2 = x^2 - 2$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2$$

Ecuaciones de segundo grado o cuadráticas:

Son las ecuaciones del tipo $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$.

Ecuaciones de segundo grado incompletas

$$ax^2 = 0$$

$$ax^2 + b = 0$$

$$ax^2 + bx = 0$$

Ecuaciones polinómicas racionales:

Las ecuaciones polinómicas racionales son de la forma $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$, donde $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios. Por ejemplo:

$$\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x - 1} = 0$$

Ecuaciones polinómicas irracionales:

Las ecuaciones irracionales son aquellas que tienen al menos un polinomio bajo el signo radical.

$$\sqrt[n]{P(x)} = 0$$

$$\frac{\sqrt[n]{P(x)}}{Q(x)} = 0$$

$$\frac{P(x)}{\sqrt[n]{Q(x)}} = 0$$

Ecuaciones no polinómicas:

Ecuaciones exponenciales

Son ecuaciones en la que la incógnita aparece en el exponente.

$$\begin{aligned}2^{2x-1} &= 4 \\ 2^{x-1}\sqrt{3^{x-3}} &= \sqrt{27} \\ 2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} &= 28\end{aligned}$$

Ecuaciones logarítmicas

Son ecuaciones en la que la incógnita aparece afectada por un logaritmo.

$$\begin{aligned}\log 2 + \log(11 - x^2) &= 2 \log(5 - x) \\ 4 \log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) &= 2 \log x \\ \log x &= \frac{2 - \log x}{\log x}\end{aligned}$$

Ecuaciones trigonométricas

Son las ecuaciones en las que la incógnita está afectada por una función trigonométrica. Como éstas son periódicas, habrá por lo general infinitas soluciones.

$$\begin{aligned}\cos 2x &= 1 + 4 \operatorname{sen} x \\ \cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x &= 0 \\ 2 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{cotg} x - 1 &= 0\end{aligned}$$

Problemas de ecuaciones de primer grado

Expresiones algebraicas comunes

El doble o duplo de un número:	$2x$
El triple de un número:	$3x$
El cuádruplo de un número:	$4x$
La mitad de un número:	$x/2.$
Un tercio de un número:	$x/3.$
Un cuarto de un número:	$x/4.$
Un número es prop. a 2, 3, 4, ...:	$2x, 3x, 4x,..$
Un número al cuadrado:	x^2
Un número al cubo:	x^3
Dos números consecutivos:	$x, x + 1.$
Dos números consecutivos pares:	$2x, 2x + 2.$
Dos números consecutivos impares:	$2x + 1, 2x + 3.$
Descomponer 24 en dos partes:	$x, 24 - x.$
La suma de dos números es 24:	$x, 24 - x.$
La diferencia de dos números es 24:	$x, 24 + x.$
El producto de dos números es 24:	$x, 24/x.$
El cociente de dos números es 24;	$x, 24 \cdot x.$