

Guía Nº 17
ALGEBRA DE POLINOMIOS

1. Desarrollar los productos algebraicos, y reducir términos semejantes:

a) $-6xy^2(3x^2 - 5xy^2 - 4x^2y)$

b) $5(2x - 3y + 2z) + 3(5y - 3x - 2z)$

c) $2(5a + 8b) - 3(3a^2 - 5b) + 4a(a - 7b)$

d) $26xy - (9x - 8y)(5x + 2y) - (4y - 3x)(15x + 4y)$

e) $8 - a^2(10a + 3b) - [9 - 2(14a - 7b) - 4(3a - 9b)]$

f) $44x + 2y\{48y - 4x^2(6z + 3y - 4x) + 4z\} - 2x^2y\{4x - 8y + 2z(4x + y)\}$

g) $(7a - 2b) - [2(3a - c) - 3(2b - 3c)]$

h) $2 - x[7x - \{9x - 3(3 + 6x)\}]$

i) $(2a - b)[5b - 4(a + 2b) + (a - 4b)]$

j) $\frac{2}{3}a^2b\left(-\frac{9}{8}ab^2\right)\left(-\frac{4}{3}a^3b\right)$

k) $\left(\frac{3}{8}ab^2 + 3ab^2\right)\left(\frac{2}{5}a^2b + 3b^2 - \frac{1}{4}a^3\right)$

l) $a(a + b)(a - 3b) - a(a - b)(a + b) - (a + b)(a + b) + (a + b + 1)(a + b + 1) - 2(a + b)$

m) $(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)(a^2 - b^2)$

2. Desarrollar los siguientes productos notables:

- a) $(7a^2b^3 + 5x^4)^2$
 b) $(a^3 - b^2)(a^3 + b^2)$
 c) $(x + y + z)(x + y - z)$
 d) $(a^2 - 2b)^3$
 e) $(x^3 + 6)(x^3 - 8)$
 f) $(x^3y^3 - 6)(x^3y^3 + 6)$
 g) $(5a^{x+1} - 7)(5a^{x+1} - 4)$
 h) $\left(\frac{2}{3}a^6b^4c^{-3} + 11ab^2\right)\left(\frac{2}{3}a^6b^4c^{-3} - 11ab^2\right)$
 i) $(5x^2 - 3)^3$
 j) $\left(7^{1/2}a^{x+1}b^m - \frac{1}{5}b^{-7}c^{-2}\right)\left(7^{1/2}a^{x+1}b^m + \frac{1}{5}b^{-7}c^{-2}\right)$
 k) $(2mn^2 + 3m^{-1}n^{-3})^2$
 l) $\left(\frac{2}{3}a^2b - \frac{1}{5}x^3y^4\right)^2$
 m) $(m^2 - m + n)(n + m + m^2)$
 n) $(2a - 3b + c)^2$
 o) $(x^2y^{-3}z^{-6} - 5a^3b^7c)(x^2y^{-3}z^{-6} + 5a^3b^7c)$

3. Factorizar

- a) $\frac{3}{4}x^2y - \frac{8}{9}xy^2$
 b) $\frac{1}{2}a^2b^3 + \frac{1}{4}a^3b^4 - \frac{1}{8}a^2b^5 + \frac{1}{16}a^4b^2$
 c) $\frac{4}{35}a^2b - \frac{12}{5}ab + \frac{8}{15}a^2b^3 - \frac{16}{25}a^3b$
 d) $18x - 12 - 3xy + 2y + 15xz - 10z$
 e) $\frac{15}{4}x^2 - \frac{21}{4}xz - \frac{10}{3}xy + \frac{143}{3}yz + 5x - 7z$
 f) $\frac{2}{3}am - \frac{8}{3}am - \frac{4}{5}bm + \frac{16}{5}bn$
 g) $x^2 + 14xy + 24y^2$
 h) $h^2 - 27h + 50$
 i) $2x^2 - 17xy + 15y^2$
 j) $\frac{9}{25}a^2 - \frac{49}{36}b^2$
 k) $45m^3n - 20mn$
 l) $16x^6y^8 - 8x^3y^4z^7 + z^{14}$
 m) $3x^2 - 75y^2$
 n) $2a^5 - 162a^3$
 o) $1 + my - y^2 - my^3$
 p) $25a^2c^2 + 20acd + 4d^2$
 q) $16x^6y^8 - 8x^3y^4z^7 + z^{14}$
 r) $4x^2y^2 - (x^2 + y^2 - z^2)^2$
 s) $x^6 - y^6$
 t) $\frac{1}{8}x^3 + \frac{8}{27}$
 u) $x^3 - \frac{1}{64}$

4. Simplificar las siguientes expresiones:

a) $\frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 16}$

b) $\frac{(a-b)^2 - c^2}{a^2 - (b-c)^2}$

c) $\frac{24x - 18y}{44x - 33y}$

d) $\frac{9x^2 + 30x + 25}{6x + 10}$

e) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$

f) $\frac{1 - 64c^6}{1 - 4c^2}$

g) $\frac{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}$

h) $\frac{1 + \frac{1}{a-1}}{1 - \frac{1}{a+1}}$

i) $\frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x} - \frac{x+2y}{x+y}}$

5. Calcular:

a) $\frac{1}{a - \frac{3}{a + \frac{1}{3}}} \cdot \frac{1}{3 + \frac{1}{a}} : \frac{a}{3a - \frac{9-4a}{a-1}}$

b) $\frac{x^2}{1 - \frac{1}{x^2 + \frac{x}{x + \frac{1}{x}}}} + \frac{x^2 - 2}{1 - \frac{1}{x^2 - \frac{x}{x - \frac{1}{x}}}}$

6. Si $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ e $y = \frac{a^2 - (b-c)^2}{(b+c)^2 - a^2}$, calcular: $z = \frac{x+y}{1-xy}$

7. Si a, b, c son números reales positivos, probar que:

a)
$$\frac{(a^3 + b^3 + c^3)^2 - (a^3 - b^3 - c^3)^2}{b^3 + c^3} = 4a^3$$

b)
$$\frac{a^2 + a - 2}{a^2 + ac + c^2} \cdot \left[\frac{(a+2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a} \right] = \frac{a+2}{a^{n+1}}$$

8. Simplifique la expresión:

a)
$$\frac{a^2 + a - 2}{a^2 + ac + c^2} \cdot \frac{a^3 - c^3}{a^2b - bc^2} \cdot \left(1 + \frac{c}{a-c} - \frac{1+c}{c} \right) \div \frac{c(1+c) - a}{bc}$$

b)
$$\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} - \frac{y^2}{(x-y)(y-z)} - \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

9. Sea $a \neq 0$ un número real, con $\left(a + \frac{1}{a}\right) = 3$. Calcule: $a^3 + \frac{1}{a^3}$