

## Guía Nº 30

### Inecuaciones

#### 1) INECUACIONES DE PRIMER GRADO

- |                                                |                          |
|------------------------------------------------|--------------------------|
| a) $(x - 2)^2 > (x + 2) \cdot (x - 2) + 8$     | R. $] -\infty, 0 [$      |
| b) $(x - 1)^2 < x(x - 4) + 8$                  | R. $] -\infty, 7/2 [$    |
| c) $3 - (x - 6) \leq 4x - 5$                   | R. $[ 14/5, +\infty [$   |
| d) $\frac{3x - 5}{4} - \frac{x - 6}{12} < 1$   | R. $] -\infty, 21/8 [$   |
| e) $1 - \frac{x - 5}{9} < 9 + x$               | R. $] -67/10, +\infty [$ |
| f) $\frac{x + 6}{3} - x + 6 \leq \frac{x}{15}$ | R. $[ 120/11, +\infty [$ |

g) Determine en cada uno de los siguientes ejercicios el intervalo real para x, tal que cada expresión represente un número real.

- |                     |                              |                                            |
|---------------------|------------------------------|--------------------------------------------|
| i) $\sqrt{x + 5}$   | ii) $\frac{2}{\sqrt{x + 6}}$ | iii) $\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x - 1}}$ |
| R. $[-5, +\infty [$ | R. $]-6, +\infty [$          | R. $[-1, 1 [ \cup ] 1, +\infty [$          |

#### 2) INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

- |                                           |                                 |
|-------------------------------------------|---------------------------------|
| a) $x^2 \geq 16$                          | R. $\mathbb{R} - ] -4, 4 [$     |
| b) $9x^2 < 25$                            | R. $] -5/3, 5/3 [$              |
| c) $36 > (x - 1)^2$                       | R. $] -5, 7 [$                  |
| d) $(x + 5)^2 \leq (x + 4)^2 + (x - 3)^2$ | R. $\mathbb{R} - ] 0, 8 [$      |
| e) $x(x - 2) < 2(x + 6)$                  | R. $] -2, 6 [$                  |
| f) $x^2 - 3x > 3x - 9$                    | R. $\mathbb{R} - \{3\}$         |
| g) $4(x - 1) > x^2 + 9$                   | R. $\emptyset$                  |
| h) $2x^2 + 25 \leq x(x + 10)$             | R. $\{5\}$                      |
| i) $1 - 2x \leq (x + 5)^2 - 2(x + 1)$     | R. $\mathbb{R}$                 |
| j) $3 > x(2x + 1)$                        | R. $] -3/2, 1 [$                |
| k) $x(x + 1) \geq 15(1 - x^2)$            | R. $\mathbb{R} - ] -1, 15/16 [$ |
| l) $(x - 2)^2 > 0$                        | R. $\mathbb{R} - \{2\}$         |
| m) $(x - 2)^2 \geq 0$                     | R. $\mathbb{R}$                 |
| n) $(x - 2)^2 < 0$                        | R. $\emptyset$                  |
| o) $(x - 2)^2 \leq 0$                     | R. $\{2\}$                      |

p) Determine en cada uno de los siguientes ejercicios el intervalo real para x tal que:

- |                                              |                           |
|----------------------------------------------|---------------------------|
| i) $\sqrt{x^2+1} \in \mathbb{R}$             | R. $] -\infty, +\infty [$ |
| ii) $\sqrt{x^2+4x+4} \in \mathbb{R}$         | R. $] -\infty, +\infty [$ |
| iii) $\frac{1}{\sqrt{x^2-x}} \in \mathbb{R}$ | R. $\mathbb{R} - [0, 1 [$ |
| iv) $\sqrt{x^2-6x-7} \notin \mathbb{R}$      | R. $] -1, 7 [$            |

### 3) INECUACIONES CON VARIABLE EN EL DENOMINADOR.

- |                                                |                                                   |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 3.1) $\frac{x}{x-1} > 0$                       | R. $\mathbb{R} - [0, 1 [$                         |
| 3.2) $\frac{x+6}{3-x} < 0$                     | R. $\mathbb{R} - [-6, 3 [$                        |
| 3.3) $\frac{x}{x-5} - 2 \geq 0$                | R. $[5, 10 [$                                     |
| 3.4) $\frac{2x-1}{x+5} > 2$                    | R. $] -\infty, -5 [$                              |
| 3.5) $\frac{x-1}{x+5} > 2$                     | R. $] -11, -5 [$                                  |
| 3.6) $\frac{1}{x-3} \leq 0$                    | R. $] -\infty, 3 [$                               |
| 3.7) $\frac{x-1}{x+1} \geq 0$                  | R. $\mathbb{R} - [-1, 1 [$                        |
| 3.8) $\frac{-1}{x} > 2$                        | R. $] -1/2, 0 [$                                  |
| 3.9) $\frac{x}{x-3} \leq \frac{x}{x+1}$        | R. $] -\infty, -1 [ \cup [0, 5 [$                 |
| 3.10) $\frac{x^2+2}{x+3} > x$                  | R. $\mathbb{R} - [-2/3, 3 [$                      |
| 3.11) $\frac{x^2}{x-3} \geq x+1$               | R. $\mathbb{R} - ]-3/2, 3 [$                      |
| 3.12) $\frac{x^2-4}{x+6} \geq 0$               | R. $] -6, -2 [ \cup [2, +\infty [$                |
| 3.13) $\frac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)} > 0$ | R. $] -3, -1 [ \cup ] 1, 6 [ \cup ] 7, +\infty [$ |
| 3.14) $\frac{4}{x^2} \leq 1$                   | R. $\mathbb{R} - ] -2, 2 [$                       |

- 3.15)  $\frac{x^2+1}{x-5} < 0$  R.  $] -\infty, 5[$
- 3.16)  $3(x+3) \geq 2(1-\frac{1}{x})$  R.  $] -2, -1/3 ] \cup ] 0, +\infty [$
- 3.17)  $x-4 < \frac{5}{x}$  R.  $] -\infty, -1 [ \cup ] 0, 5 [$
- 3.18)  $x + \frac{15}{x} \geq 8$  R.  $] 0, 3 [ \cup ] 5, +\infty [$
- 3.19)  $\frac{x^2+1}{x} \geq 1$  R.  $] 0, +\infty [$
- 3.20)  $3\left[\frac{1}{x}-3\right] > 5(x+1)$  R.  $] -\infty, -3 [ \cup ] 0, 1/5 [$
- 3.21)  $\frac{x}{x^2-1} < 0$  R.  $] -\infty, -1 [ \cup ] 0, 1 [$
- 3.22)  $x+20 > 1-\frac{84}{x}$  R.  $] -12, -7 [ \cup ] 0, +\infty [$
- 3.23)  $x + \frac{25}{x} < 10$  R.  $] -\infty, 0 [$
- 3.24)  $2x + \frac{9}{x} \geq x-6$  R.  $] 0, +\infty [ \cup \{-3\}$
- 3.25)  $x + \frac{1}{2} > \frac{1}{x} + 2$  R.  $] -1/2, 0 [ \cup ] 2, +\infty [$

3.26) Determine el intervalo real para x tal que:

h)  $\sqrt{\frac{x-4}{x+5}} \in \mathbb{R}$

R.  $\mathbb{R} - ] -5, 4 [$

ii)  $\sqrt{\frac{2x-1}{x-6}} \in \mathbb{R}$

R.  $\mathbb{R} - ] 1/2, 6 ]$

4) **MODULOS O VALOR ABSOLUTO.**

4.1) **Resuelva las siguientes inecuaciones:**

- a)  $|4x - 1| = 5$  R.  $\{-1, 3/2\}$   
b)  $\left|2 - \frac{x}{3}\right| = 2$  R.  $\{0, 12\}$   
c)  $\left|\frac{x+1}{x-5}\right| = 1$  R.  $\{2\}$   
d)  $\left|\frac{2x-3}{1-x}\right| = 2$  R.  $\{5/4\}$   
e)  $\left|\frac{3x}{4} - 1\right| = 4$  R.  $\{-4, 20/3\}$   
f)  $\left|\frac{4-x}{3x}\right| = 3$  R.  $\{-1/2, 2/5\}$   
g)  $\left|\frac{x^2}{x-1}\right| = 4$  R.  $\{2, -2 + 2\sqrt{2}, -2 - 2\sqrt{2}\}$   
h)  $|3x - 1| + 4 = 0$  R.  $\{\emptyset\}$

4.2) **Resuelva cada una de las siguientes situaciones que se plantean:**

- a) Si  $2 > x > y$ . Calcule el valor de "y" si:  $|x - y| + |x - 2| = 3$ .  
R.  $y = -1$ .
- b) Si  $y > x$ ;  $|x^2 - y^2| = 27$ ;  $|x + y| = 3$  ¿Cuál es el valor de "x - y"?.  
R.  $x - y = 9$ .
- c) Si  $x > 1$  ¿Cuál es el valor de "x" en la ecuación:  
 $|x^2 + 2x + 1| - |1 + x| - |1 - x| = 10$   
R.  $\{-3, 3\}$ .
- d) Si  $3x + 15 = 0$ . Determine el valor de:  
i)  $\frac{|x+5|}{|x-5|}$  ii)  $|x| - \frac{|x-8||x+6|}{|1-2x|}$   
R. 0 R. 42/11

4.3) Resuelva cada una de las siguientes inecuaciones:

- a)  $|2x - 1| > 3$  R.  $\mathbb{R} - [-1, 2]$
- b)  $\left|3 - \frac{x}{2}\right| \leq 2$  R.  $[2, 10]$
- c)  $\left|\frac{x}{5} - \frac{1}{2}\right| \geq 5$  R.  $\mathbb{R} - ]-45/2, 55/2[$
- d)  $\left|1 - \frac{x}{3}\right| < 1$  R.  $]0, 6[$
- e)  $|x - 3| > -1$  R.  $] - \infty, +\infty[$
- f)  $|3 - 2x| < 0$  R.  $\emptyset$
- g)  $\left|\frac{2x-1}{x+3}\right| \leq 1$  R.  $[-2/3, 4]$
- h)  $|3 - 2x| < |x + 4|$  R.  $] - 1/3, 7[$   
R.  $]1, 2[ \cup ]2, 5[$
- i)  $\left|\frac{x+1}{x-2}\right| > 2$  R.  $] - \infty, -5] \cup [-1, 0[ \cup ]0, +\infty[$
- j)  $\left|\frac{3x+5}{x}\right| \geq 2$  R.  $] - 10/3, +\infty[$
- k)  $\left|\frac{3x-1}{x+7}\right| < 3$  R.  $] - 1, -1/2[ \cup ]-1/2, -1/4[$
- l)  $\left|\frac{2x-1}{1+2x}\right| > 3$  R.  $\mathbb{R} - ]-3, -1[$
- m)  $|2x + 5| \geq |x + 4|$  R.  $] - \infty, 1[ \cup ]1, 11/7] \cup [9/5, +\infty[$
- n)  $\left|\frac{3x-5}{x-1}\right| \geq \frac{1}{2}$  R.  $\mathbb{R} - [-9/2, 9/8]$
- o)  $\left|\frac{x-3}{5x}\right| < \frac{1}{3}$

5) SISTEMAS DE INECUACIONES.

$$\begin{cases} a) & x-3 \leq 2 - \frac{x}{3} - \frac{3}{2} \\ & \frac{x+2}{3} \geq 5x-1 \end{cases}$$

$$R. ] -\infty, 5/14 ]$$

$$\begin{cases} b) & \frac{3-x}{3} - 2 < \frac{4-2x}{2} \\ & \frac{2-x}{5} \leq 3-x \end{cases}$$

$$R. ] -\infty, 13/4 ]$$

$$\begin{cases} c) & \frac{x+3}{2} - 2x > \frac{5x-3}{3} - 2 \\ & \frac{x-2}{3} + 1 < \frac{x+3}{2} + x \end{cases}$$

$$R. ] -1, 27/19 [$$

$$\begin{cases} d) & \frac{4x-1}{3} - \frac{x}{2} \geq 5 \\ & \frac{x-5}{3} + \frac{x}{2} > 1 \end{cases}$$

$$R. ] 32/5, +\infty [$$

$$\begin{cases} e) & 3x-5 > \frac{x}{2} - 1 \\ & (x-6)^2 > (x+6)(x-6) \end{cases}$$

$$R. ] 8/5, 6 [$$

$$\begin{cases} f) & (x-3)^2 > (x+4)^2 \\ & (x+5)^2 > x(x-2) \end{cases}$$

$$R. ] -25/12, -1/2 [$$

$$\begin{cases} g) & x^2 - 4x - 21 > 0 \\ & 4 - 2x < 14 \end{cases}$$

$$R. ] -5, -3 [ \cup ] 7, +\infty [$$

$$\begin{cases} h) & x^2 \leq 9 \\ & x^2 + 2x < 14 \end{cases}$$

$$R. [-3, -2 [ \cup ] 0, 3 ]$$

$$\begin{cases} i) & x^2 + 2x - 15 \leq 0 \\ & x^2 - 8x + 12 \leq 0 \end{cases}$$

$$R. [ 2, 3 ]$$

$$\begin{cases} j) & 2 - \frac{3+5x}{4} > x \\ & x^2 - 3x - 10 \leq 0 \end{cases}$$

$$R. [-2, 5/9 [$$

$$\begin{cases} k) & |1-2x| < 4 \\ & x(1-x) \leq -2 \end{cases}$$

$$R. ] -3/2, -1] \cup [ 2, 5/2 [$$

$$\begin{cases} l) & 3x^2 + 2x - 15 \leq 0 \\ & x^2 - 8x + 12 \leq 0 \end{cases}$$

$$R. [ 1, 7/3 [$$

$$\text{m) } \begin{cases} 2 - \frac{3+5x}{4} > x \\ x^2 - 3x - 10 \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{R. } ] -5, -2 ] \cup [ 2, 15[$$

$$\text{n) } \begin{cases} |x-2| > 3 \\ 2x-6 < 4 \end{cases}$$

$$\text{R. } ] -\infty, -1 [$$

$$\text{o) } \begin{cases} |x+6| > 5 \\ |x-8| < 20 \end{cases}$$

$$\text{R. } ] -12, -11 [ \cup ] -1, 28 [$$

$$\text{p) } \begin{cases} |x-3| < 5 \\ x^2 + 5x < 0 \end{cases}$$

$$\text{R. } ] -5, 0 [$$

$$\text{q) } \begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ \left| 1 - \frac{x}{3} \right| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{R. } ] -3, 3/2 [$$

$$\text{r) } \begin{cases} |2x-1| \geq 3 \\ x^2 - 6x + 5 > 0 \end{cases}$$

$$\text{R. } \mathbb{R} - ] -1, 5 ]$$

$$\text{s) } \begin{cases} |1-5x| \leq 2 \\ 4(x-3) < 7 \end{cases}$$

$$\text{R. } ] 0, 3/5 ]$$

$$\text{t) } \begin{cases} (x-5)^2 - x^2 \geq 0 \\ \left| 2 - \frac{5x}{3} \right| > 1 \end{cases}$$

$$\text{R. } ] -\infty, 3/5 [ \cup ] 9/5, 5/2 ]$$