Los números irracionales

Un número es irracional si posee infinitas cifras decimales no periódicas, por lo tanto no se pueden expresar en forma de fracción o racional.

El número es irracional porque no se conocen todos los componentes de él y no porque tenga infinitos decimales (conocidos o definidos por una regla de periodicidad).

Los números periódicos o semiperiódicos son racionales.

Toda raíz cuadrada de una cantidad que no sea cuadrado perfecto es un número irracional.

Por ejemplo: $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{7}$ son irracionales

El número irracional más conocido es π, que se define como la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

Otro Número Irracional conocido es **e,** base de los logaritmos neperianos y cuyo valor se obtiene a través de un límite (materia a revisar más adelante).

Los números reales

El **conjunto formado** por los números **racionales** e **irracionales** es el conjunto de los **NÚMEROS REALES** y se designa por **IR**.

Con los **números reales** podemos realizar **todas las operaciones, excepto la radicación de índice par con radicando negativo y la división por cero.**

A todo número real le corresponde un punto de la recta y a todo punto de la recta un número real.

AXIOMAS DE CUERPO DE LOS REALES

Dada la operación binaria de la suma, las propiedades (Axiomas) son:

1.Interna o de clausura (Axioma de orden 1):

$$\mathbf{a + b \in \mathbb{R}}$$

2.Asociativa:

$$\mathbf{(a + b) + c = a + (b + c)}$$

3.Conmutativa:

$$\mathbf{a + b = b + a}$$

4.Elemento neutro:

$$\mathbf{a + 0 = a}$$

5.Elemento inverso:

$$\mathbf{a + (-a) = 0}$$

Dos números son opuestos si al sumarlos obtenemos como resultado el cero (elemento neutro).

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

$$-(-a) = a$$

LA DIFERENCIA de dos números reales se define como **la suma del minuendo más el opuesto del sustraendo**.

$$a - b = a + (-b)$$

Dada la operación binaria de Multiplicación, las Propiedades (Axiomas)

1.Interna o de clausura (Axioma de orden 2):

$$a \cdot b \in \mathbb{R}$$

2.Asociativa:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

3.Conmutativa:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

4.Elemento neutro:

$$a \cdot 1 = a$$

5. Elemento inverso:

Un número es inverso del otro si al multiplicarlos obtenemos como resultado el elemento unidad**.**

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

6.Distributiva respecto a la suma:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

La DIVISIÓN de dos números reales se define como el producto del dividendo por el recíproco del divisor.

Axioma de orden 3: Ley de tricotomía Para todo a ϵ IR, se cumple una y solo una de las siguientes proposiciones:

$a = 0$
$a \in IR^{+}$
$-a \in IR^{+}$

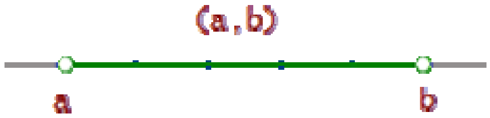
Axioma de Completitud: Enuncia es que los números reales tiene la propiedad de "completar" la recta numérica. Es decir, entre un número real y otro representado siempre se puede hallar otro.

Intervalos

Los intervalos están determinados por dos números que se llaman extremos. En un intervalo se encuentran todos los números comprendidos entre ambos y también pueden estar los extremos.

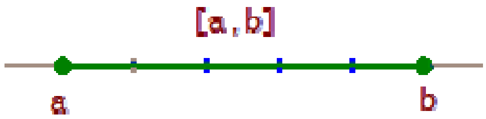
Intervalo abierto

$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a < x < b\}$



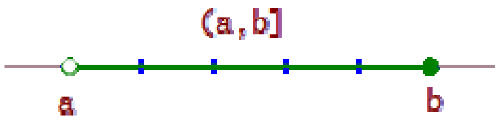
Intervalo cerrado

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a \leq x \leq b\}$



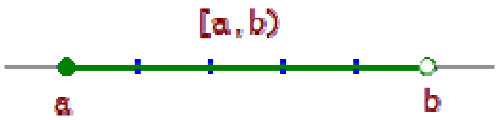
Intervalo semiabierto por la izquierda

$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a < x \leq b\}$



Intervalo semiabierto por la derecha

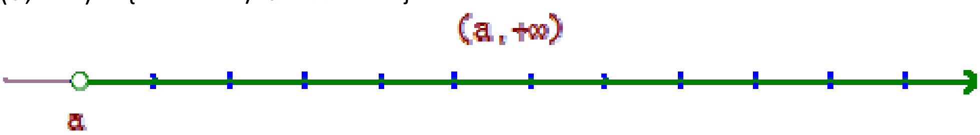
$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a \leq x < b\}$



Semirrectas

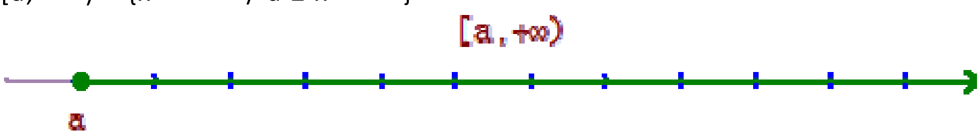
x > a

$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a < x < +\infty\}$



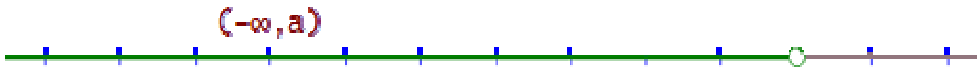
x ≥ a

$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a \leq x < +\infty\}$



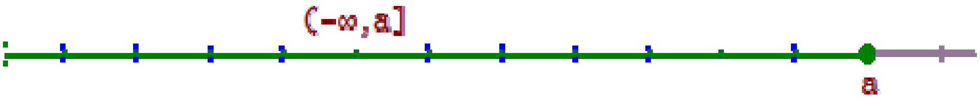
x < a

(-∞, a) = {x ∈ ℝ / -∞ < x < a}



x ≤ a

(-∞, a] = {x ∈ ℝ / -∞ < x ≤ a}



Valor absoluto

Valor absoluto de un número real **a**, se escribe **|a|**, es el **mismo número** a cuando es **positivo o cero**, y **opuesto** de a, si a es **negativo**.

$$|a| = \begin{cases} -a & \text{si } a < 0 \\ a & \text{si } a \geq 0 \end{cases}$$

Propiedades

|a| = |−a|

|a · b| = |a| ·|b|

|a + b| ≤ |a| + |b|